

Übungblatt 2

1. *Darstellung komplexer Zahlen*

Transformiere die komplexen Zahlen in die jeweils andere Darstellung (kartesisch oder polar) und fertige eine Skizze der komplexen Ebene an, in der du diese Zahlen markierst.

(a) $z = 2 - 2i$

(b) $z = 6i$

(c) $r = 2, \phi = \frac{7\pi}{4}$

(d) $r = \frac{1}{2}, \phi = \frac{\pi}{3}$

2. *Komplexe Konjugation*

Sei $z = x + iy$ und $z^* = x - iy$ das komplex konjugierte von z . In Polardarstellung hat z den Betrag r und das Argument ϕ . Was sind Betrag und Argument von z^* .

3. *Symmetrieeigenschaften von Sinus und Cosinus*

Zeige, die folgenden Eigenschaften:

(a) $\sin(-x) = -\sin(x)$

(b) $\cos(-x) = \cos(x)$

4. *Darstellung von Sinus und Cosinus mittels der Exponentialfunktion*

Zeige, dass gilt:

(a) $\sin(x) = \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i}$

(b) $\cos(x) = \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2}$

Hinweis: $e^{ix} = \cos x + i \sin x$ und $e^{-ix} = \cos x - i \sin x$

5. *Additionstheoreme*

Zeige die folgenden Identitäten für Sinus und Cosinus:

(a) $\sin(x + y) = \sin(x) \cos(y) + \cos(x) \sin(y)$

(b) $\cos(x + y) = \cos(x) \cos(y) - \sin(x) \sin(y)$

(c) $\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$

(d) $1 + \cos(x) = 2 \cos^2\left(\frac{x}{2}\right)$